



Universidad  
de Alcalá

# GUÍA DOCENTE

ASIGNATURA

# DINÁMICA ECONÓMICA

**Grado en Economía**  
**Grado en Economía y Negocios**  
**Internacionales**  
**Universidad de Alcalá**

---

**Curso Académico 2019/2020**  
**3º/4º Curso – 1º Cuatrimestre**

## GUÍA DOCENTE

Nombre de la asignatura:	Dinámica Económica
Código:	360032
Titulación en la que se imparte:	Grado en Economía y Grado en Economía y Negocios Internacionales
Departamento y Área de Conocimiento:	Economía Fundamentos del Análisis Económico
Carácter:	Optativa
Créditos ECTS:	6
Curso y cuatrimestre:	Tercero o Cuarto – Segundo Cuatrimestre
Profesorado:	Ethel Mokotoff Miguel
Horario de Tutoría:	Se podrán concertar tutorías, previa petición por e-mail, para los horarios que se establezcan al inicio del curso.
Idioma en el que se imparte:	Español

### 1.a PRESENTACIÓN

En esta materia se aborda el análisis de las trayectorias temporales de las magnitudes variables objeto de estudio. En concreto, pretende ser una primera aproximación al estudio de los procesos dinámicos y al análisis sistemático de las cuestiones que se plantean al introducir la dimensión temporal, tanto desde el punto de vista matemático como en sus repercusiones al análisis económico.

El hecho de que dicho análisis sea posible, según los problemas, considerando discreta o continua la variable tiempo, determina la división principal del programa: Ecuaciones en Diferencias y Ecuaciones Diferenciales. Si bien ambos conceptos tienen tratamientos analíticos análogos (lo que permite una explotación didáctica que ayuda a reforzar la comprensión de los conceptos), el carácter discreto o continuo de la variable impone conceptos y técnicas específicas para cada caso.

El énfasis se pone, no tanto en la búsqueda de trayectorias solución explícita y analíticamente definidas, sino en aquellos conceptos como equilibrio, estabilidad y ciclicidad que son muy enriquecedores, por tener una interpretación económica clara y relevante.

Lo anterior no significa que se considere poco importante el estudio de las soluciones explícitas cuando esto sea posible, cosa que ocurre en los casos más sencillos. Al contrario, dichos casos sencillos tienen una gran importancia didáctica por su carácter de punto de partida y de introducción a los conceptos. De hecho, se hace así para las ecuaciones en diferencias y diferenciales lineales con coeficientes constantes, por ofrecer una teoría compacta y bien desarrollada y de gran aplicabilidad a la economía. Y también para algunas otras ecuaciones de primer orden lineales y no lineales, pero sin que ello signifique poner un énfasis excesivo en la búsqueda de soluciones explícitas (que asemejaría

esta materia al cálculo, convencional y a veces estereotipado, de primitivas) a expensas del estudio de aquellas situaciones que son más instructivas para un futuro economista.

Por ilustrar lo anterior con un par de ejemplos sencillos, considérese el análisis cualitativo que tiene lugar en los modelos de Samuelson o de Solow. En el primero de ellos, el modelo da lugar a una ecuación en diferencias lineal con coeficientes desconocidos. En él aparecen determinados parámetros de los que sólo se tiene una información parcial, lo que excluye la posibilidad de conocer exactamente cuáles son las trayectorias solución. En el segundo, el modelo da lugar a una ecuación diferencial (no necesariamente lineal), la ecuación fundamental del modelo de Solow, con coeficientes desconocidos, y con una función también desconocida de la que sólo se sabe el signo de sus derivadas (es decir, que es creciente y cóncava). Sin embargo, en ambos casos se puede realizar un análisis fructífero sobre algunas de las propiedades (equilibrios, estabilidad y ciclicidad) de sus soluciones que es muy relevante en dicha situación.

Reincidiendo en lo ya indicado, debe darse importancia a aquellos conceptos y técnicas que permiten una comprensión "geométrica" de los procesos dinámicos por el alumno, por oposición a la comprensión vía "fórmulas". Se incluyen aquí de modo especial la utilización de diagramas de fases, y la conveniencia, en la medida de lo posible, de utilizar programas de ordenador que facilitan dicha comprensión.

Estas pretensiones están además en consonancia con las dificultades que los alumnos encuentran al "enfrentarse" por primera vez a esta materia. La necesidad de una presentación clara y bien estructurada, que elimine el respeto que los estudiantes sienten por la disciplina apoya la decisión de un enfoque basado en la comprensión "geométrica" y no en la exposición recetista de métodos de resolución, como modo de obtener un mejor aprovechamiento del tiempo disponible y de alcanzar una visión más amplia de la materia.

Con tales objetivos, el temario propuesto de la asignatura contiene tres temas, que pueden ser distribuidos en dos partes bien diferenciadas. La primera parte se centra en la introducción de los conceptos básicos y el estudio de las ecuaciones en diferencias y diferenciales, y también se incide en la importancia de la modelización en el tiempo de los procesos económicos. A ello se dedican los temas 1 y 2. En el Tema 1 se introducen los procesos dinámicos y se inicia su estudio con las ecuaciones en diferencias, prestando una especial atención a la teoría de ecuaciones en diferencias lineales, básicamente aquellas con coeficientes constantes y al análisis cualitativo de sus soluciones. El Tema 2 hace lo propio para las ecuaciones diferenciales, prestando lógicamente mayor énfasis en aquellos elementos que las distinguen de las ecuaciones en diferencias y aprovechando la similitud de los análisis para afianzar los conocimientos que se van adquiriendo. Adicionalmente, en este tema se presta también cierta atención a algunos tipos específicos de ecuaciones diferenciales, por su importancia dentro de los sistemas dinámicos. En ambos temas se hace uso de ejemplos procedentes de distintos campos de la economía, incidiendo en las interpretaciones económicas de sus resultados.

La segunda parte, el temas 3, está dedicada a los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. En ella se desarrollan los conceptos presentados en los temas anteriores, y se adaptan a sistemas de ecuaciones diferenciales (Tema 3). En este tema se resaltan los siguientes puntos: i) la estrecha vinculación entre ecuaciones y sistemas, ii) la importancia y significado de los autovalores (y autovectores) tanto para el análisis de estabilidad (y clasificación de los tipos de equilibrio) como para la búsqueda de soluciones, y iii) la utilización del diagrama de fases (siempre que sea posible) como instrumento de análisis por su sencillez y claridad.

## Prerrequisitos y Recomendaciones

Para la mejor comprensión, seguimiento y aprovechamiento del curso se consideran conceptos previos necesarios algunos conceptos del cálculo diferencial e integral, y el análisis matricial. En particular, es recomendable resolver con soltura la representación gráfica de funciones reales de una variable; integrales sencillas, y el cálculo de autovalores y autovectores. En todo caso, si los profesores lo estiman conveniente, se actualizarían conocimientos en estos aspectos.

### 1.b PRESENTATION

Economic Dynamics is the study of how economic variables evolve over time. In this course we provide an introductory, but thorough, coverage of differential and difference equations. We analyse how economic systems change in depending on the value of their parameters. The focus of attention is on concepts of steady state and convergence.

### 2. COMPETENCIAS

Competencias genéricas:

1. Desarrollo de las capacidades de análisis y síntesis.
2. Desarrollo de la capacidad de abstracción.

Competencias específicas:

1. Comprender el lenguaje matemático.
2. Conocer los fundamentos matemáticos del Análisis Económico.
3. Dominar el manejo de los conceptos y técnicas de la teoría de los sistemas dinámicos, aplicables al análisis y a la gestión económicas.
4. Utilizar los Sistemas Dinámicos para modelizar situaciones y problemas económicos concretos.
5. Comprender e interpretar, en términos económicos, los resultados que los sistemas dinámicos nos ofrecen de las situaciones y problemas planteados.
6. Utilizar los conocimientos adquiridos para argumentar o justificar decisiones en un entorno económico y/o empresarial.

### 3. CONTENIDOS

<b>Bloques de contenido</b> (se pueden especificar los temas si se considera necesario)	Total de clases, créditos u horas
<p><b><u>TEMA 1. ECUACIONES EN DIFERENCIAS (ED)</u></b></p> <p>1.1 Conceptos Generales.</p> <p>1.2 Ecuaciones en Diferencias Lineales (EDL).</p> <p>1.3 Ecuaciones en Diferencias Lineales de Coeficientes Constantes (EDLCC).</p> <p>1.4 Análisis Cualitativo de EDL de Coeficientes Constantes: Estabilidad y Ciclos.</p> <p>1.5 Resolución de ED por recursión</p> <p>1.6 Diagramas de Fase de ED de 1º orden.</p> <p>1.7 Resolución de ED Lineales de Coeficientes Constantes.</p> <p>1.8 Ejemplos de Aplicación a la Economía.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 12 horas</li> </ul>

## **TEMA 2. ECUACIONES DIFERENCIALES (Ed)**

2.1 Conceptos Generales.

2.2 Ecuaciones Diferenciales Lineales (EdL).

2.3 Ecuaciones Diferenciales Lineales de Coeficientes  
Constantes (EdLCC).

2.4 Análisis Cualitativo de EdL de Coeficientes  
Constantes: Estabilidad y Ciclos.

2.5 Algunos Tipos de Ed de Primer Orden.

2.6 Resolución de Ed Lineales.

2.7 Resolución de Ed Lineales de Coeficientes  
Constantes.

2.8 Diagramas de Fase de Ed de 1º orden.

2.9 Ejemplos de Aplicación a la Economía.

2.10 Resolución de Algunos Tipos de Ed de Primer  
Orden.

- 12 horas

### **TEMA 3. SISTEMAS DE ECUACIONES**

#### **DIFERENCIALES (SEd)**

Conceptos Generales.

3.1 Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Lineales  
(SEdL).

3.2 Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Lineales de  
Coeficientes Constantes (SEdLCC).

3.3 Equilibrio y Estabilidad en Sistemas Lineales  
Autónomos.

3.4 Estabilidad en Sistemas Lineales Autónomos  
Planares.

3.5 Ejemplos de Aplicación a la Economía.

3.6 Resolución de Sistemas de Ecuaciones Diferenciales  
Lineales (SEdL).

3.7 Resolución de Sistemas de Ecuaciones Diferenciales  
Lineales de Coeficientes Constantes (SEdLCC).

3.8 Diagramas de Fase de Sistemas de Ecuaciones  
Diferenciales de 1º orden y dimensión 2.

3.9 Análisis de Equilibrio y Estabilidad en Sistemas  
Lineales Autónomos.

3.10 Ejemplos de Aplicación a la Economía.

- 12 horas

**TEMA 4. SISTEMAS DE ECUACIONES EN DIFERENCIAS (SED) (OPCIONAL)**

Conceptos Generales.

4.1 Sistemas de Ecuaciones en Diferencias Lineales de Coeficientes Constantes (SEDLCC).

4.2 Equilibrio y Estabilidad en Sistemas Lineales Autónomos Planares.

4.3 Ejemplos de Aplicación a la Economía.

4.4 Resolución de Sistemas de Ecuaciones en Diferencias Lineales de Coeficientes Constantes (SEDLCC).

4.5 Sistemas No Lineales.

- 9 horas

**4. METODOLOGÍAS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE.-ACTIVIDADES FORMATIVAS**

**4.1. Distribución de créditos**

Número de horas presenciales:	48 horas
Número de horas del trabajo propio del estudiante:	102 horas
Total horas:	150 horas

**4.2. Estrategias metodológicas, materiales y recursos didácticos**

Clases Presenciales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Clases teóricas:</b> Durante las mismas el profesor desarrollará los conceptos más importantes para la comprensión del tema.</li> <li>• <b>Clases prácticas:</b> Durante las mismas el profesor podrá desarrollar los conceptos auxiliares que considere convenientes, aunque su principal objetivo es que sirvan para afianzar los conocimientos adquiridos mediante la resolución de ejercicios propuestos y el estudio de aplicaciones económicas.</li> <li>• <b>Pruebas evaluativas:</b> durante el curso se</li> </ul>
---------------------	---



	<p>podrán realizar pruebas parciales para evaluar la adquisición de conocimientos y la capacidad de aplicación de los mismos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Pruebas sorpresa y entrega de ejercicios:</b> durante el curso, y cuando el profesor lo considere oportuno, podrá plantearse la realización de pruebas sorpresa o la entrega de ejercicios realizados. Estas pruebas ayudarán a complementar la evaluación de los conocimientos adquiridos.</li> </ul>	
Trabajo autónomo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lectura y comprensión de los materiales bibliográficos y de cualquier otro material que pueda proponerse en el desarrollo de la asignatura.</li> <li>• Realización de actividades: ejercicios, trabajos, etc.</li> </ul>	
Tutorías individualizadas	En las tutorías el profesor atenderá las dudas que puedan surgir en el desarrollo de la asignatura.	

Los manuales recomendados constituyen un material básico. Su estudio proporciona las herramientas necesarias para alcanzar las capacidades específicas de esta asignatura.

Periódicamente podrá ponerse a disposición del alumno el material específico preparado o seleccionado por el profesor: hojas de ejercicios, lecturas y/o artículos complementarios.

*Se colaborará con los profesionales del CRAI-Biblioteca para que los estudiantes realicen una actividad que desarrolle las competencias informacionales en el uso y gestión de la información.*

## 5. EVALUACIÓN: Procedimientos, criterios de evaluación y de calificación

### Criterios de evaluación

A fin de obtener una evaluación completa del alumno, habrá de observarse que éste ha adquirido las competencias específicas de esta asignatura. En concreto, se le evaluará:

- Si es capaz de utilizar con éxito los conceptos y técnicas de Dinámica Económica.
- Si ha adquirido la suficiente soltura para modelizar (en los términos en los que nos permite la Dinámica Económica) situaciones y problemas concretos.
- Si resuelve los problemas de modo satisfactorio, comprendiendo, argumentando y justificando los pasos que realiza en su resolución.
- Si es capaz de entender y saber utilizar los resultados obtenidos tras un proceso de modelización matemático.
- Si comprende las limitaciones y posibilidades de uso de la Dinámica Económica.

Así mismo, se tendrá en cuenta en su evaluación la adquisición/mejora de las competencias generales, como por ejemplo:

- La capacidad de razonar y aplicar el sentido crítico durante el análisis de una situación o problema.
- La claridad expositiva de las pruebas, ejercicios y trabajos realizados (uso correcto de los términos, corrección y claridad de exposición, etc.).

## Modo de evaluación

Respecto a la **convocatoria ordinaria**, los alumnos que cursen esta asignatura deberán seguir el sistema de Evaluación Continua, según consta en el artículo 9 de la Normativa de Evaluación de los Aprendizajes de la UAH (aprobada en Consejo de Gobierno de 24 de marzo de 2011 y modificada el 5 de mayo de 2016), pudiéndose acoger al sistema de Evaluación Final, siempre y cuando se cumplan los requisitos establecidos en el artículo 10 de la citada normativa.

### 1. Evaluación en convocatoria ordinaria:

#### A) Evaluación continua.

**La aplicación del sistema de evaluación continua, que a continuación se expone, se adecuará a los recursos docentes y al número de alumnos por grupo, y será comunicado oportunamente al inicio de las clases.**

Los criterios de calificación que se emplearán para la evaluación de las competencias adquiridas por los alumnos de la asignatura serán los siguientes:

- Superación de las pruebas propuestas a lo largo del curso, con un peso de hasta 8 puntos en la nota final.
- Participación activa, determinada a partir de la realización y superación de los ejercicios y trabajos propuestos a lo largo del curso, que supondrá el peso restante en la nota final.

Para aprobar la asignatura por el procedimiento de la evaluación continua el alumno deberá obtener una calificación final, calculada como media ponderada correspondiente a los elementos que se evalúan, de, como mínimo, 5 puntos.

#### B) Evaluación final.

El alumno podrá elegir este sistema siempre que se cumplan los requisitos establecidos en el artículo 10 de la Normativa Reguladora de los Procesos de Evaluación de los Aprendizajes de la UAH. La Evaluación Final consistirá en la realización de un examen, que constará de preguntas y ejercicios teórico-prácticos, encaminado a demostrar que se han adquirido las competencias establecidas para esta asignatura.

Para aprobar la asignatura por este procedimiento el alumno deberá obtener como mínimo la puntuación de 5 en este examen.

### 2. Evaluación en convocatoria extraordinaria:

Finalmente, los alumnos que no aprueben la asignatura en la convocatoria ordinaria, dispondrán de una **convocatoria extraordinaria**, que consistirá en la realización de un Examen Extraordinario de las mismas características que el examen de Evaluación Final y que será el único elemento a tener en cuenta para determinar la Calificación Final del alumno.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

### Bibliografía Básica

- CHIANG, A. C. (1988) ó (2006), *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. Ed. McGraw-Hill. Madrid.
- FERNÁNDEZ, F. y GARCÍA, M. D. (2001), *Métodos Matemáticos en Economía Dinámica*. Vol 1 y 2. Colección Textos Universitarios, Dirección General de Universidades e Investigación, Consejería de Educación, Cultura y Deportes, Gobierno de Canarias.
- GANDOLFO, G. (1976), *Métodos y Modelos Matemáticos de la Dinámica Económica*. Tecnos. Madrid.
- LUENBERGER, D. G. (1979), *Dynamic Systems: Theory, Models and Applications*. John Wiley & Sons. New York.
- PÉREZ-GRASA, I., MINGUILLÓN, E. y JARNE, G. (2001), *Matemáticas para la Economía*. Programación Matemática y Sistemas Dinámicos. McGraw-Hill. Madrid.
- SYDSAETER, K. y HAMMOND, P. (1996), *Matemáticas para el Análisis Económico*. Prentice Hall. Madrid.

### Bibliografía Complementaria

- BAUMOL, W. J. (1970) *Economic Dynamics*. Macmillan. New York.
- DEMIDOVICH (1985) *Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático*. Ed. Paraninfo. Madrid.
- DOWLING (1992) *Introduction to Mathematical Economics*. McGrawHill. Madrid.
- FERNÁNDEZ, VÁZQUEZ Y VEGAS (2003) *Ecuaciones diferenciales y en diferencias: sistemas dinámicos*. Thomson Paraninfo, Madrid.
- GANDOLFO, G. (1996), *Economic Dynamics*. Springer-Verlag. Berlín.
- GÓMEZ, GARCÍA Y GONZÁLEZ (2007), *EDO de primer orden con Mathematica*. Universidad de Jaén.
- HOY, M., LIVERNOIS, J., MCKENNA, C., REES, R. y STENGOS, T. (1996), *Mathematics for Economics*. Addison-Wesley.
- KLEIN, M.W. (1997), *Mathematical Methods for Economics*. Addison-Wesley.
- MICONI, B. (1967), *On Harrod's Model and Instability*, *L'Industria*, pág. 455-478.
- MUÑOZ, F. y SALA, R. (1984), *Ecuaciones en Diferencias Finitas*. Estudios Financieros y de Matemática Aplicada, Universidad de Valencia.
- PEMBERTON, M. and RAU, N. (2001), *Mathematics for Economists. An Introductory Textbook*. Manchester University Press.
- SCHEINERMAN, E. R. (1996), *Invitation to Dynamical Systems*. Prentice-Hall.
- SIMON, C. y BLUME, L. (1994), *Mathematics for Economists*. W.W. Norton & Company, Inc.
- SHONE, R. (1997), *Economic Dynamics*. Cambridge University Press.
- SYDSAETER, K. (1981), *Topics in Mathematical Analysis for Economists*. Academic Press. London.
- SYDSAETER, K., HAMMOND, P. y CARVAJAL, A. (2012), *Matemáticas para el Análisis Económico (2ª Edición)*. Pearson Educación. Madrid.
- SYDSAETER, K., HAMMOND, P., SEIERSTAD, A. y STROM, A. (2005), *Further Mathematics for Economic Analysis*. Pearson Education. Londres.
- TU, P. N (1992), *Dynamical Systems: An Introduction with Applications in Economics and Biology*. Springer-Berlag.